

**V Encuentro Conjunto de la
Sociedad Matemática Mexicana (SMM)
y la
Real Sociedad Matemática Española (RSME)**

14-18 de junio de 2021

Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato,
México (virtual)

<https://rsmeysmm.eventos.cimat.mx/node/1409>

Programa de la Sesión Especial

Mecánica Celeste y Sistemas Hamiltonianos

Conferenciantes: Jaume Llibre (UAB), Luis García Naranjo (UP), Josep M. Cors (UPC), Patricia Yanguas (UAN), Abimael Bengochea (ITAM), Jaime Burgos (UAC), Tere Martínez-Seara (UPC).

Organizadores: Montserrat Corbera (UVic-UCC), Ernesto Pérez-Chavela (ITAM).

Programa (día, 17 de junio de 2021)

- 12:00-13:00 (GTM-5) / 19:00-20:00 (GTM +2):

- Jaume Llibre: *Configuraciones centrales del problema restringido circular de 5 cuerpos con los cuatro primarios con masas iguales.*

- 13:00-14:00 (GTM-5) / 20:00-21:00 (GTM +2):

Preguntas y discusión sobre las conferencias grabadas:

- Luís García-Naranjo: *Equilibrios relativos del problema gravitacional de 2 cuerpos en espacios de curvatura constante.*

- Josep M. Cors: *Un breve recorrido por las configuraciones centrales.*

- Patricia Yanguas: *Estabilidad no lineal en el movimiento espacial de posición de un satélite en una órbita circular.*

- Abimael Bengochea: *Un problema restringido de cuatro cuerpos para la coreografía de ocho.*

- Jaime Burgos: *Extendiendo la dinámica del problema espacial de Hill.*

- Tere Martínez-Seara: *Caos y movimientos oscilatorios en el problema de 3 cuerpos.*

Títulos y resúmenes

- Jaume Llibre (Universidad Autónoma de Barcelona)

Título: *Configuraciones centrales del problema restringido circular de 5 cuerpos con los cuatro primarios con masas iguales.*

Resumen: En esta presentación proporcionamos todas las configuraciones centrales del problema restringido circular de 5 cuerpos con los cuatro primarios de masas iguales localizados en cada una de las cuatro configuraciones centrales del problema de 4 cuerpos con masas iguales.

Este es un problema conjunto con José M. Sacristan.

- Luis García-Naranjo (Università di Padova)

Título: *Equilibrios relativos del problema gravitacional de 2 cuerpos en espacios de curvatura constante.*

Resumen: Consideramos el problema gravitacional de 2 cuerpos en superficies bidimensionales de curvatura constante. Para valores de la curvatura distintos de cero el problema no es integrable y experimentos numéricos sugieren que la dinámica es caótica. Realizamos la reducción de Poisson y clasificamos todos los equilibrios relativos (ER) con respecto a la acción del grupo de isometrías del correspondiente espacio de curvatura constante y discutimos su estabilidad. Dichos ER son las soluciones más sencillas del problema y tienen la propiedad de que la distancia entre los cuerpos permanece constante durante el movimiento.

- Josep M. Cors (Universitat Politècnica de Catalunya)

Título: *Un breve recorrido por las configuraciones centrales.*

Resumen: En Mecánica Celeste una configuración de n -cuerpos es central si el vector aceleración de cada cuerpo es un múltiplo escalar común de su vector de posición (con respecto al centro de masas).

El objetivo de esta presentación es visitar, brevemente, algunos de los problemas de configuraciones centrales estudiados recientemente: problema convexo de cuatro cuerpos, problema de $n+1$ cuerpos, problema co-circular de cuatro cuerpos, problema de las coronas, etc, para tener una buena sensación del problema.

- Patricia Yanguas (Universidad Pública de Navarra)

Título: *Estabilidad no lineal en el movimiento espacial de posición de un satélite en una órbita circular.*

Resumen: En esta presentación mostramos un análisis de la estabilidad no lineal del posicionamiento en el problema espacial del satélite. Se estudia un tipo de estabilidad formal, la llamada estabilidad de Lie. El concepto de estabilidad de equilibrios elípticos en sistemas Hamiltonianos aparece como una alternativa fuerte en casos donde se requiere una especie de estabilidad no lineal, pero la estabilidad de Liapunov no se puede garantizar. Además, la estabilidad de Lie se obtiene incluso para algunos sistemas Hamiltonianos que no satisfacen las condiciones necesarias de la teoría de Nekhoroshev [1].

La determinación de la estabilidad de Lie pasa por la obtención de la convexidad requerida de la función Hamiltoniana restringida a un determinado subespacio que está contenido en el espacio ortogonal relacionado con el vector de frecuencia.

En los casos Lie estables, las estimaciones del error de las soluciones a lo largo de tiempos exponencialmente largos se obtienen a través de un resultado basado en la determinación de cotas de error para invariantes adiabáticos en sistemas Hamiltonianos.

Se amplían resultados previos de Markeev y Sokol'skii [2]. Además se calculan toros KAM tori relacionados con equilibrios Lie estables e incluso inestables [3].

[1] Nonlinear stability of elliptic equilibria in Hamiltonian systems with exponential time estimates, D. Cárcamo-Díaz, J.F. Palacián, C. Vidal, P. Yanguas, accepted in *Discrete & Continuous Dynamical Systems* (2021).

[2] On the stability of relative equilibrium of a satellite in a circular orbit, A.P. Markeev, A.G. Sokol'skii, *Kosmicheskie Issledovaniya*, 13(2), 139-146 (1975); *Cosm. Res.*, 13(2), 119-125 (1975).

[3] Nonlinear stability in the spatial attitude motion of a satellite in a circular orbit, D. Cárcamo-Díaz, J.F. Palacián, C. Vidal, P. Yanguas, preprint (2021).

This is a joint work with D. Cárcamo-Díaz, J.F. Palacián and C. Vidal.

- Abimael Bengochea (Instituto Tecnológico Autónomo de México)
Título: *Un problema restringido de cuatro cuerpos para la coreografía de ocho.*

Resumen: En este trabajo definimos un problema restringido de 4 cuerpos asociado a la coreografía de ocho. En este sistema se estudia la dinámica de una partícula de prueba en presencia de 3 partículas

con masa unitaria que siguen la órbita de ocho. Como parte de los resultados, mostramos el cálculo de condiciones iniciales asociadas a órbitas periódicas simétricas.

- Jaime Burgos (Universidad Autónoma de Coahuila)

Título: *Extendiendo la dinámica del problema espacial de Hill.*

Resumen: Entre las varias generalizaciones del célebre problema de Hill, existe una correspondiente al problema restringido de cuatro cuerpos donde el sistema resultante depende de un parámetro de masa de tal manera que, el clásico problema de Hill se recupera cuando el parámetro es igual a cero. En esta charla, veremos algunos resultados recientes para el caso en tres dimensiones donde se hallaron algunas características nuevas e interesantes. Las exploraciones analíticas y numéricas revelaron que el efecto de un segundo cuerpo perturbador distante, sobre algunas órbitas periódicas del caso clásico, tiene un efecto relevante en la estabilidad de las órbitas y las bifurcaciones entre sus distintas familias. También hemos encontrado algunas familias nuevas de órbitas periódicas que no existen en el problema clásico; estas familias tienen algunas propiedades deseables desde un punto de vista práctico.

- Tere Martínez-Seara (Universitat Politècnica de Catalunya)

Título: *Caos y movimientos oscilatorios en el problema de 3 cuerpos.*

Resumen: Desde la clasificación de Chazy en 1922, se conoce que los posibles movimientos finales para el problema de tres cuerpos son de cuatro tipos: acotados, no acotados (parabólicos o hiperbólicos) y oscilatorios.

Las órbitas oscilatorias son órbitas que abandonan cualquier región acotada pero regresan un número infinito de veces a una determinada región acotada.

En tiempos de Chazy, todos los tipos de movimientos finales eran conocidos excepto los oscilatorios. En este trabajo probamos que, si las tres masas no son todas iguales, este tipo de movimientos existe.

De hecho probamos más; como nuestro resultado está basado en la construcción de un conjunto hiperbólico invariante cuya dinámica es conjugada al shift de Bernoulli de infinitos símbolos, probamos la existencia de movimientos caóticos y entropía topológica positiva para el problema de tres cuerpos y la existencia de órbitas periódicas de período suficiente grande.

Revirtiendo el tiempo, la clasificación de Chazy describe movimientos “de inicio” y entonces, surge la pregunta si los movimientos de inicio y finales tienen que coincidir o pueden ser diferentes. También probamos que se puede construir soluciones del problema de tres cuerpos cuyo movimiento de inicio y final son de tipo diferente.

Este es un trabajo conjunto con M. Guardia y P. Martín.