

**V Encuentro Conjunto de la
Real Sociedad Matemática Española (RSME)
y la
Sociedad Matemática Mexicana (SMM)**

14-18 de junio de 2021

Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato,
México (virtual)

<https://rsmeysmm.eventos.cimat.mx/node/1409>

Programa de la Sesión Especial

Matemáticas Discretas

Conferenciantes: Aida Abiad Monge (TUE), Camino Balbuena Martínez (UPC), Miguel Ángel Fiol Mora (UPC), Mucuy-Kak del Carmen Guevara Aguirre (UNAM), Adriana Hansberg Pastor (IMATE UNAM), Nacho López Lorenzo (UDL), Berenice Martínez-Barona (UDL), Luis Pedro Montejano (URV).

Organizadores: Gabriela Araujo Pardo (IMATE UNAM) y Cristina Dalfó Simó (UDL)

Programa (martes, 15 de junio de 2021)

- 12:00-13:00 (GTM-5) / 19:00-20:00 (GTM +2):

- Adriana Hansberg: *Patrones inevitables*.

- 13:00-14:00 (GTM-5) / 20:00-21:00 (GTM +2):

Preguntas y discusión sobre las conferencias grabadas:

- Aida Abiad Monge: *Eigenvalue bounds for the independence and chromatic number of graph powers*.
- Camino Balbuena Martínez: *Jaulas de Moore de cuello 8*.
- Miquel Àngel Fiol Mora: *On the spectrum of token graphs*.
- Mucuy-Kak del Carmen Guevara Aguirre: *Conjuntos de corte en aristas k -restringidos heterocromáticos*.
- Nacho López Lorenzo: *El problema de Mondrian*.
- Berenice Martínez-Barona: *Cliques fuertes en gráficas libres de diamantes*.
- Luis Pedro Montejano: *La Conjetura de Roudneff para matroides orientados de Lawrence*

Títulos y resúmenes

- Adriana Hansberg (Instituto de Matemáticas, Campus-Juriquilla, UNAM)

Título: *Patrones inevitables.*

Resumen: El teorema de Ramsey nos dice que, si coloreamos todas las aristas de una gráfica completa K_n de rojo o azul, siempre que n sea suficientemente grande habrá una copia monocromática de K_t . Por otro lado, el Teorema de Turán nos dice que, si una gráfica tiene suficientes aristas, entonces esta contendrá a K_t como subgráfica. Relacionado con estas dos tipos de problemas, estudiaremos qué tipo de patrones bicolor (o subgráficas bicoloreadas) aparecen inevitablemente en toda 2-coloración de la gráfica completa K_n , siempre que haya un mínimo de aristas de cada color y que la n sea suficientemente grande.

- Aida Abiad Monge (Eindhoven University of Technology, Holanda)

Título: *Eigenvalue bounds for the independence and chromatic number of graph powers.*

Resumen: In this talk we will see new spectral bounds for the k -independence number and the k -distance chromatic number of a graph. Some of the previous bounds known in the literature follow as a corollary of our main results. Some infinite families of graphs where the new bounds are tight are also presented.

- Camino Balbuena Martínez (Universitat Politècnica de Catalunya)

Título: *Jaulas de Moore de cuello 8.*

Resumen: Los grafos de incidencias de cuadrángulos generalizados son jaulas de Moore de cuello 8. En esta charla se dará una descripción algebraica de las $(q + 1, 8)$ -jaulas de Moore, donde $q \geq 2$ denota cualquier potencia de primo. Partiendo de esta descripción se explicará como obtener grafos de grado q y grado $q - 1$ de cuello 8 con el menor número de vértices conocido hasta ahora. También se indicará como utilizar las $(q + 1, 8)$ -jaulas de Moore para obtener grafos k -regulares de cuello 7 con el menor orden conocido hasta ahora. Esta charla está basada en los tres artículos siguientes.

1.- M. Abreu, G. Araujo-Pardo, C. Balbuena, D. Labbate, An alternate description of a $(q + 1, 8)$ -cage, *The Art of Discrete and Applied Mathematics*, 1 (2018) #P2.07

2.- M. Abreu, G. Araujo-Pardo, C. Balbuena, D. Labbate, J. Salas, Small regular graphs of girth seven, *The Electronic Journal of Combinatorics*, 22(3) (2015) #P3.5

3.- M. Abreu, G. Araujo-Pardo, C. Balbuena, D. Labbate, A construction of small $(q - 1)$ -regular graphs of girth 8, The Electronic Journal of Combinatorics, 22(2) (2015) #P2.10

- Miquel Àngel Fiol Mora (Universitat Politècnica de Catalunya)

Título: *On the spectrum of token graphs.*

Resumen: Let G be a graph on n vertices. The k -token graph of G , denoted by $F_k(G)$ has as vertices the $\binom{n}{k}$ k -subsets of vertices from G , and two vertices are adjacent when their symmetric difference is a pair of adjacent vertices in G . In particular, $F_k(K_n)$ is the Johnson graph, which is a distance-regular graph used in coding theory. In this talk, we present some results concerning the (adjacency) spectrum of $F_k(G)$ in terms of the spectrum of G . For instance, some lower and upper bounds are given for the spectral radius ρ (or maximum eigenvalue) of $F_k(G)$. Moreover, in some cases of walk-regular graphs, exact values of ρ are obtained. In the case of $k = 2$ and distance-regular graphs, other eigenvalues of their 2-tokens are obtained through the theory of equitable partitions.

- Mucuy-Kak del Carmen Guevara Aguirre (Facultad de Ciencias de la UNAM)

Título: *Conjuntos de corte en aristas k -restringidos heterocromáticos..*

Resumen: Dada una gráfica G (posiblemente con aristas múltiples), un conjunto de corte de aristas de G , $R \subset E(G)$, es llamado k -restringido si cada componente conexa en $G - R$ tiene orden al menos k . Una gráfica G es λ_k -conexa si un conjunto de corte de aristas k -restringido existe. Dada una coloración por aristas de G , llamaremos a un conjunto de corte de aristas de G heterocromático si todas sus aristas tienen un color diferente. Sea $k \geq 2$, definimos $h(G, k)$ el menor entero p , tal que cada coloración en las aristas que usa p colores (esto es, una p -coloración) produce un conjunto de corte de aristas k -restringido heterocromático. En esta plática, se mostrará que para una gráfica λ_k -conexa de tamaño m , orden $n \geq 3k - 2$ y sin conjuntos de corte de aristas k -restringido de cardinalidad 1, se tiene que $m - n + \min\{\kappa_0(G) - 2, t(G, k)\} + 2 \leq h(G, k) \leq m - n + t(G, k) + 2$, donde $\kappa_0(G)$ es la conexidad por vértices de G y $t(G, k)$ es la cardinalidad máxima de un conjunto de vértices S , tal que las componentes conexas en la subgráfica inducida por S , $G[S]$, tiene orden al menos $k - 1$. Además se mostrará que $h(G, k) \leq m - n + \alpha(G)(k - 1) + 2$, con $\alpha(G)$ el número de independencia de G .

- Nacho López Lorenzo (Universitat de Lleida)

Título: *El problema de Mondrian.*

Resumen: El problema de Mondrian aparece como un pasatiempo de naturaleza geométrica inspirado por las pinturas del famoso pintor abstracto Piet Mondrian. El problema fue popularizado en uno de los capítulos de la serie estadounidense *Numberphile* dedicada a la promoción y difusión de las matemáticas desde Internet. Más allá de esta visión, el problema tiene raíces más antiguas y conexiones con varias disciplinas matemáticas, lo que ha provocado la aparición de nuevos resultados actuales y distintas generalizaciones del problema. En esta charla daremos una visión general del problema y profundizaremos en alguno de los avances matemáticos recientemente publicados.

Trabajo conjunto con C. Dalfo, M.A. Fiol y A. Martínez-Pérez.

- Berenice Martínez-Barona (Universitat de Lleida)

Título: *Cliques fuertes en gráficas libres de diamantes.*

Resumen: Un clique fuerte en una gráfica es un clique que interseca a todos los conjuntos estables, también llamados conjuntos independientes, maximales con respecto a la contención. Los cliques fuertes juegan un papel muy importante en el estudio de gráficas perfectas. En esta charla estudiaremos los cliques fuertes dentro de la clase de gráficas libres de diamantes, desde una perspectiva tanto estructural como logarítmica. Probaremos que los siguientes cinco problemas NP-hard o co-NP-hard continúan siendo NP-hard o co-NP-hard incluso cuando se restringe a la clase de gráficas libres de diamantes: Dado un clique ¿es éste fuerte? Dada una gráfica ¿contiene un clique fuerte? ¿Todo vértice pertenece a un clique fuerte? Dada una partición de los vértices en cliques ¿es fuerte todo clique de la partición? ¿Se puede partir el conjunto de vértices en una partición de cliques fuertes?

En el lado positivo, probamos que los siguientes dos problemas cuya complejidad computacional permanece abierta de manera general, pueden ser resueltos en tiempo lineal en la clase de las gráficas libres de diamantes: ¿toda subgráfica inducida tiene un clique fuerte? ¿todo clique maximal es fuerte? ¿Toda arista está contenida en un clique fuerte? Los últimos dos resultados se derivan de una caracterización de gráficas libres de diamantes en la cual todo clique maximal es fuerte, lo cual a su vez implica una mejora de la propiedad de Erdős-Hajnal para dichas gráficas.

Trabajo conjunto con Nina Chiarelli, Martín Milanič, Jérôme Monnot

and Peter Muršič.

- Luis Pedro Montejano (Universitat Rovira i Virgili, Tarragona)
Título: *La Conjetura de Roudneff para matroides orientados de Lawrence.*
Resumen: Roudneff conjeturó en 1991 que cualquier arreglo de al menos $2d+1$ (pseudo) hyperplanos en el espacio proyectivo de dimensión d tiene a lo más tantas celdas completas como el número de celdas completas correspondientes al dual del politopo cíclico. La conjetura es cierta para $d = 2, 3$ y para arreglos que provienen de matroides orientados de Lawrence. Hablaré sobre esta conjetura y su interpretación en la teoría de matroides orientados. Finalmente, daré un esbozo de cómo probar la conjetura de Roudneff para la familia de matroides orientados de Lawrence.