

**V Encuentro Conjunto de la
Real Sociedad Matemática Española (RSME)
y la
Sociedad Matemática Mexicana (SMM)**

14-18 de junio de 2021

Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato,
México (virtual)

<https://rsmeysmm.eventos.cimat.mx/node/1409>

Programa de la Sesión Especial

Geometría métrica y riemanniana II

Conferencistas: Miguel Domínguez Vázquez (USC), Fernando Galaz García (Durham University), Vicent Gimeno García (UJI), Luis Guijarro Santamaría (UAM), Luis Mauricio Montes de Oca Mena (UADY), Raquel Perales Aguilar (IMATE UNAM), Pablo Suárez Serrato (IMATE UNAM)

Organizadores: David González Álvaro (UPM) y Jesús Núñez Zimbrón (CIMAT)

Programa (viernes, 18 de junio de 2021)

- 12:00-13:00 (GTM-5) / 19:00-20:00 (GTM +2):

- Luis Guijarro Santamaría: *Rigidez de planos sin puntos conjugados.*

- 13:00-14:00 (GTM-5) / 20:00-21:00 (GTM +2):

Preguntas y discusión sobre las conferencias grabadas:

- Fernando Galaz García: *Haces fibrados dobles con fibra un disco en dimensiones bajas.*
- Pablo Suárez Serrato : *Entropía y rigidez en espacios métricos medibles.*
- Miguel Domínguez Vázquez: *Curvatura de Ricci intermedia positiva en espacios homogéneos.*
- Vicent Gimeno García : *When Bishop and Günther met Ricci.*
- Raquel Perales Aguilar: *Resultados de estabilidad de variedades.*
- Luis Mauricio Montes de Oca Mena: *Una propiedad de extendibilidad geodésica fuerte en espacios de longitud.*

Se sugiere ver los videos de las charlas en el orden en que están enlistadas.

Títulos y resúmenes

- Luis Guijarro Santamaría (Universidad Autónoma de Madrid)
Título: *Rigidez de planos sin puntos conjugados*
Resumen: Una variedad riemanniana no tiene puntos conjugados cuando la aplicación exponencial es un recubrimiento desde cualquier punto. En el caso simplemente conexo, estas variedades se caracterizan por tener solamente una geodésica conectando cualquier par de puntos, lo que las acerca, desde un punto de vista sintético, al espacio euclídeo. A pesar de la aparente sencillez de su geometría, muchas de las conjeturas más naturales siguen estando abiertas. En esta charla nos centraremos en dos de ellas para el caso de planos sin puntos conjugados. Veremos que, bajo la hipótesis de curvatura total, un plano Riemanniano que satisface el quinto axioma de Euclides es Euclídeo, y que lo mismo ocurre para planos admitiendo foliaciones geodésicas por líneas con distancia de Hausdorff acotada. Trabajo conjunto con Jian Ge (BICMR, Beijing) y Pedro Solórzano (UNAM).
- Fernando Galaz García (Durham University)
Título: *Haces fibrados dobles con fibra un disco en dimensiones bajas.*
Resumen: Las variedades que admiten una descomposición en haces fibrados cuyas fibras son discos juegan un papel importante en el estudio de las variedades riemannianas cerradas con curvatura seccional positiva o no-negativa. En particular, estas descomposiciones han sido una herramienta importante en la construcción de ejemplos nuevos y en la clasificación de estas variedades bajo hipótesis de simetría. Más generalmente, la Conjetura del Alma Doble de Grove afirma que cualquier variedad riemanniana cerrada simplemente conexa con curvatura seccional no-negativa es una unión de dos haces fibrados cuyas fibras son discos. Por otra parte, la Conjetura de Bott afirma que cualquier variedad riemanniana cerrada y simplemente conexa con curvatura no-negativa debe de ser racionalmente elíptica. En esta plática presentaré distintos ejemplos geométricos de variedades con descomposiciones en haces fibrados cuyas fibras son discos así como clasificaciones de variedades racionalmente elípticas que admiten tales descomposiciones en dimensiones bajas. Este fue hecho en conjunto con Jason DeVito y Martin Kerin.
- Pablo Suárez Serrato (Instituto de Matemáticas de la UNAM, CU)
Título: *Entropía y rigidez en espacios métricos medibles.*
Resumen: Extendemos la técnica del baricentro de Besson-Courtois-

Gallot y la aplicamos a ciertos espacios métricos medibles, conocidos como RCD. Encontramos propiedades de rigidez y para expresarlas definimos una noción de grado homotópico adecuada para espacios RCD. Demostramos que para espacios $\text{RCD}(-(N-1), N)$ homotópicos a alguna variedad hiperbólica M , su medida total está acotada inferiormente por el volumen hiperbólico de M . La igualdad ocurre si y solamente si el espacio es isométrico a M . Trabajo en colaboración con Dai, Connell, Perales, Núñez Zimbrón y Wei.

- Miguel Domínguez Vázquez (Universidad de Santiago Compostela)
Título: *Curvatura de Ricci intermedia positiva en espacios homogéneos.*
Resumen: El concepto de curvatura de Ricci k -intermedia positiva, para una variedad de dimensión n , define una filtración en el espacio de métricas riemannianas de curvatura de Ricci positiva, filtración que interpola entre las nociones de curvatura seccional positiva (cuando $k = 1$) y de curvatura de Ricci positiva (cuando $k = n - 1$). En esta charla presentaré las ideas centrales de un trabajo conjunto con David González-Álvaro y Lawrence Mouillé donde investigamos esta condición en el contexto de los espacios homogéneos compactos.
- Vicent Gimeno García (Universitat Jaume I de Castelló)
Título: *When Bishop and Günter met Ricci.*
Resumen: The classical Bishop-Günter Theorem states that if the sectional curvatures of a Riemannian manifold are bounded from above by the (constant) sectional curvature of real space form then the volume of the geodesic balls is bounded from below by the volume of the geodesic balls of the real space form (see “Isaac Chavel. Riemannian geometry a modern introduction” for instance). In this talk, based on “Vicent Gimeno. Lower bounds for the volume with upper bounds for the Ricci Curvature in dimension three. Bulletin of the London Mathematical Society, 2021”, I will explain how to use the Ricci tensor, instead to use the sectional curvatures, to obtain a similar result in dimension 3 and I will explain the difference when is compared with the classical Bishop-Günter Theorem.
- Raquel Perales Aguilar (Instituto de Matemáticas de la UNAM, Oaxaca)
Título: *Resultados de estabilidad de variedades.*
Resumen: En esta plática tomaremos el conjunto de variedades Riemannianas y le daremos dos métricas que nos dirán cuándo dos variedades son la misma. Mencionaré resultados donde comparamos estas

dos métricas y describiré algunos problemas de estabilidad; en particular, hablaré del teorema de la masa positiva y el de la rigidez de toros con curvatura escalar no negativa.

- Luis Mauricio Montes de Oca Mena (Universidad Autónoma de Yucatán)

Título: *Una propiedad de extendibilidad geodésica fuerte en espacios de longitud.*

Resumen: En esta plática abordaremos un problema de extendibilidad geodésica en espacios métricos de longitud. Este problema está basado principalmente en una propiedad que denominamos como extendibilidad geodésica fuerte y esta nos permite establecer una isometría entre el espacio de bolas compactas de un espacio métrico (X, d) y el espacio métrico $X \times \mathbb{R}_{\geq 0}$ dotado con una distancia tipo taxi d_T . Entre otras aplicaciones que se derivan de esta propiedad, establecemos una rigidez isométrica, es decir, una correspondencia biyectiva entre $\text{Iso}(X, d)$ y $\text{Iso}(X \times \mathbb{R}_{\geq 0}, d_T)$ cuando (X, d) tiene unicidad de puntos medios. Este es un trabajo conjunto con Waldemar Barrera y Didier Solís.