

**V Encuentro Conjunto de la
Real Sociedad Matemática Española (RSME)
y la
Sociedad Matemática Mexicana (SMM)**

14-18 de junio de 2021

Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato,
México (virtual)

<https://rsmeysmm.eventos.cimat.mx/node/1409>

Programa de la Sesión Especial

Geometría algebraica

Conferencistas: Alexey Beshenov (CIMAT-invitado), Victoria Cantoral Farfán (UNI-Goettingen), Joana Cirici (UB), Elba Garcá Failde (UP), José Jaime Hernández (CIMAT CONACYT), César Lozano Huerta (UNAM CONACYT), Joan Carles Naranjo (UB), Alberto Navarro (ICMAT)

Organizadores: José Ignacio Burgos Gil (CSIC ICMAT) y Pedro Luis del Ángel Rodríguez (CIMAT)

Programa (martes, 15 de junio de 2021)

- 12:00-13:00 (GTM-5) / 19:00-20:00 (GTM +2):

- Victoria Cantoral Farfán: *Trazas de Frobenius: equidistribución y temas relacionados.*

- 13:00-14:00 (GTM-5) / 20:00-21:00 (GTM +2):

Preguntas y discusión sobre las conferencias grabadas:

- Alexey Beshenov: *Cohomología Weil-étale de esquemas aritméticos.*
- Joana Cirici: *Simetrías escondidas en variedades quasi-Kähler.*
- Elba García Failde: *Recursión topológica para los grafos de Kontsevich generalizados y los números de intersección con la clase de Witten.*
- José Jaime Hernández: *Ciclos algebraicos, reguladores y filtraciones.*
- César Lozano Huerta: *Geometría birracional del módulo de haces en el plano proyectivo vía interpolación y resoluciones minimales.*
- Joan Carles Naranjo: *Conjuntos de Voisin en variedades abelianas.*
- Alberto Navarro: *Una prueba del teorema de Riemann-Roch vía la dualidad de Spanier-Whitehead.*

Títulos y resúmenes

- Victoria Cantoral Farfán (Universidad de Goettingen, Alemania.)

Título: *Trazas de Frobenius: equidistribución y temas relacionados.*

Resumen: Durante esta charla, vamos a dar una breve introducción a la conjetura de Sato-Tate. Esta conjetura predice la equidistribución de las trazas de Frobenius, asociadas con una curva elíptica sin multiplicación compleja. En relación con las trazas de Frobenius, Nagao conjeturó que el rango de una superficie elíptica podría estar dado por una fórmula límite que surge de un promedio ponderado de las trazas de Frobenius de cada fibra. Uno de los principales objetivos de esta charla será introducir, por primera vez, una generalización motivica de la conjetura de Nagao, así como sus vínculos con algunas conjeturas conocidas en geometría aritmética.

- Alexey Beshenov (Centro de Investigación en Matemáticas- Invitado)

Título: *Cohomología Weil-étale de esquemas aritméticos.*

Resumen: Si X es un esquema de tipo finito sobre $\text{Spec } \mathbb{Z}$, a éste se le puede asociar su función zeta $\zeta(X, s)$, definida mediante el producto de Euler sobre los puntos cerrados de X . Para un entero n , el valor especial de $\zeta(X, s)$ en $s = n$ se define como el coeficiente mayor de la serie de Taylor alrededor de $s = n$ (asumiendo la prolongación analítica).

Existen varias expresiones conjeturales para valores especiales en términos de invariantes aritméticos asociados a X . En particular, Stephen Lichtenbaum ha explorado en su trabajo la relación de la cohomología motivica étale $H^i(X_{\text{ét}}, \mathbb{Z}(n))$ con los valores especiales de $\zeta(X, s)$, y más adelante propuso la “cohomología Weil-étale”; una cierta modificación de la cohomología motivica étale que (conjeturalmente) produce grupos abelianos finitamente generados. Gracias al trabajo posterior de Thomas Geisser, la cohomología Weil-étale se entiende bastante bien en el caso de variedades sobre cuerpos finitos X/F_q . El caso de característica mixta fue considerado más adelante por Baptiste Morin y Matthias Flach.

En esta charla trataré de describir el contexto general detrás del programa Weil-étale, los resultados conocidos, mis contribuciones, y algunos problemas abiertos.

- Joana Cirici (Universitat de Barcelona)

Título: *Simetrías escondidas en variedades quasi-Kähler.*

Resumen: En esta charla explicaré como identidades locales para

variedades quasi-Kähler dan lugar a varias simetrías inesperadas en ciertos subespacios de la cohomología de una variedad quasi-Kähler. Esto permite deducir consecuencias geométricas y topológicas para dichas variedades. En particular obtenemos obstrucciones nuevas a la existencia de una forma simpléctica compatible con una estructura quasi-compleja dada. Este es un trabajo conjunto con Scott Wilson.

- Elba García Failde (Université de Paris)

Título: *Recursión topológica para los grafos de Kontsevich generalizados y los números de intersección con la clase de Witten.*

Resumen: Desde hace décadas se han estado formando conexiones profundas entre la geometría enumerativa, la geometría compleja, la teoría de la intersección de los espacios de moduli de curvas y los sistemas integrables. En 1990, Witten formuló su célebre conjetura que nos dice que la serie generatriz de números de intersección de clases psi satisface la jerarquía KdV. Un año más tarde, Kontsevich demostró la conjetura usando un modelo de matrices. En 2007, Eynard y Orantin introdujeron un método que asocia una familia de formas diferenciales a una superficie de Riemann con datos iniciales adicionales, que se denomina curva espectral. Este procedimiento consiste en una recursión mediante residuos sobre la curva inicial y aparece en numerosos contextos álgebra-geométricos, ayudando a establecer relaciones entre ellos. En el caso de Witten–Kontsevich, la curva Airy nos permite completar la conexión entre las 4 áreas mencionadas. Después de una introducción a la recursión topológica en general y al caso de Witten–Kontsevich en particular, hablaré de un trabajo en curso con Belliard, Charbonnier y Eynard, donde una generalización de la recursión topológica nos permite completar las conexiones entre las 4 áreas también para la generalización de la conjetura de Witten que implica espacios de moduli de estructuras r -spin y una clase de cohomología mucho más complicada que las clases psi que aparecen en el caso de Witten–Kontsevich, que corresponde a $r = 2$.

- José Jaime Hernández (Centro de Investigación en Matemáticas- CONA-CyT)

Título: *Ciclos algebraicos, reguladores y filtraciones.*

Resumen: Los grupos de Chow superiores pueden interpretarse como la cohomología motivica de una variedad, por lo que tiene sentido hablar de reguladores a un espacio adecuado. En esta plática explicamos cómo construir un regulador a la cohomología absoluta de

Hodge de una variedad quasi proyectiva lisa compleja que respeta una filtración W tanto de los ciclos como de la cohomología. Luego explicamos cómo extender una filtración de Bloch Beilinson construida previamente que da una manera parcial para filtrar todo el espacio de ciclos algebraicos.

- César Lozano Huerta (Instituto de Matemáticas de la UNAM, Oaxaca - CONACyT)

Título: *Geometría birracional del módulo de haces en el plano proyectivo vía interpolación y resoluciones minimales.*

Resumen: Dos puntos distintos en el plano determinan una línea; misma que interpretamos como los ceros de una sección global de $\mathcal{O}(1)$. De igual manera cinco puntos generales en el plano determinan una cónica; es decir, determinan una sección global de $\mathcal{O}(2)$. Dado un haz vectorial estable E sobre el plano (y con secciones), ¿cuántos puntos en el plano determinan una sección global de E ? y ¿qué geometría tienen éstos? eg. ¿cuál es su resolución minimal libre? En esta charla reportaremos investigación sobre cómo las respuestas a las preguntas de arriba describen el cono de divisores efectivos del espacio móduli de gavillas en el plano; incluyendo el esquema de Hilbert de puntos en el plano. Discutiremos que la demostración del hecho anterior propone un algoritmo para calcular todas las cámaras de Mori del esquema de Hilbert de puntos en el plano; mismo que somos capaces de demostrar en algunos casos.

Este trabajo es una colaboración con Manuel Leal (UNAM, Oaxaca) y Tim Ryan (Michigan, Ann-Arbor.)

- Joan Carles Naranjo (Universitat de Barcelona)

Título: *Conjuntos de Voisin en variedades abelianas.*

Resumen: Diversos problemas geométricos sobre variedades abelianas se relacionan con las familias de cero ciclos racionalmente equivalentes entre sí, llamadas órbitas. Ese es el caso del estudio del grado de irracionalidad o de la mínima gonality de una curva contenida en una variedad abeliana. En un trabajo reciente, Voisin dio una cota para la dimensión de las órbitas de cero ciclos en una variedad abeliana muy general A mediante el estudio de los conjuntos: $V_k(A) = \{a \in A \mid (a - 0)^{*k} = 0\} \subset CH_0(A)_{\mathbb{Q}}$. En esta charla describiremos propiedades de estos conjuntos y daremos una cota para las dimensiones del lugar del espacio de moduli de las variedades abelianas A para las cuales $V_2(A)$ tiene dimensión positiva. Este es un trabajo conjunto con E.

Colombo y G.P. Pirola.

- Alberto Navarro (Instituto en Ciencias Matemáticas)

Título: *Una prueba del teorema de Riemann-Roch vía la dualidad de Spanier-Whitehead.*

Resumen: La prueba más conocida del teorema de Riemann-Roch para un morfismo se basa en la descomposición del morfismo en una inmersión cerrada seguida de una proyección de un espacio proyectivo sobre su base. En esta charla veremos cómo probar el teorema de Riemann-Roch a partir de la versión motivica de la dualidad de Spanier-Whitehead. Esta prueba tiene la ventaja de que no requiere factorizar el morfismo.