

**V Encuentro Conjunto de la  
Sociedad Matemática Mexicana (SMM)  
y la  
Real Sociedad Matemática Española (RSME)**

14-18 de junio de 2021

Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato,  
México (virtual)

<https://rsmeysmm.eventos.cimat.mx/node/1409>

**Programa de la Sesión Especial**

**Probabilidad**

**Conferenciantes:** Octavio Arizmendi Echegaray (CIMAT), Juan Carlos Pardo Millán (CIMAT), Antonio Gómez Corral (UCM), Sandra Palau Calderón (UNAM), Carmen Minuesa Abril (UEX), Francisco J. Delgado Vences (UNAM), Mireia Besalú Mayol (UB).

**Organizadores:** José Alfredo López-Mimbela (CIMAT), Miguel González Velasco (UEX), Inés M. del Puerto García (UEX).

## Programa (día, 17 de junio de 2021)

- 12:00-13:00 (GMT-5) / 19:00-20:00 (GMT +2):

- Octavio Arizmendi Echegaray: *Átomos de variables aleatorias libres.*

- 13:00-14:00 (GMT-5) / 20:00-21:00 (GMT +2):

Preguntas y discusión sobre las conferencias grabadas:

- Juan Carlos Pardo Millán: *El fenómeno de "cutoff" bajo la variación total para ecuaciones de Langevin no-lineales con un ruido aleatorio del tipo "layered" estable.*
- Antonio Gómez Corral: *Tiempos de primer paso en las versiones uniformizadas y los esqueletos discretos de una cadena de Markov en tiempo continuo y sus aplicaciones al modelo SIS de epidemias.*
- Sandra Palau Calderón: *Atracción y repulsión de un proceso de Lévy estable a un conjunto de la esfera.*
- Carmen Minuesa Abril: *Un proceso de ramificación de dos sexos con oscilaciones: aplicación a sistemas de depredador-presa.*
- Francisco J. Delgado Vences: *Inferencia del drift para Ecuaciones del Calor Estocásticas fraccionaria con ruido aditivo.*
- Mireia Besalú Mayol: *Ecuaciones diferenciales estocásticas con retraso y movimiento Browniano fraccionario.*

## Títulos y resúmenes

- Octavio Arizmendi Echegaray (Centro de Investigación en Matemáticas)

**Título:** *Átomos de variables aleatorias libres.*

**Resumen:** La teoría de Probabilidad Libre ha causado mucho interés por sus aplicaciones en matrices aleatorias. En esta charla, abordamos la siguiente pregunta que también es de interés en matrices aleatorias: Para un polinomio dado  $P(X_1, \dots, X_n)$  en múltiples variables aleatorias libremente independientes, ¿dónde están los átomos y cuáles son los pesos de estos átomos en términos de  $X_1, \dots, X_n$ ? Antes de este trabajo, la respuesta precisa se conocía para  $X$  e  $Y$  generales solamente para la suma  $X+Y$  y el producto  $XY$ : los átomos de  $X+Y$  y  $XY$  solo pueden aparecer en la sumas  $a+\beta$ , y el productos  $a\beta$ , donde  $a, \beta$  son átomos de  $X, Y$  y se conoce el tamaño de los átomos. Explicaremos cómo es que ocurre un fenómeno similar para cualquier polinomio, y daremos el tamaño exacto de los átomos para algunos casos importantes como el conmutador y el anticonmutador. Esta charla se basa en un proyecto en conjunto con G. Cébron, S.Yin y R. Speicher.

- Juan Carlos Pardo Millán (Centro de Investigación en Matemáticas)

**Título:** *El fenómeno de "cutoff" bajo la variación total para ecuaciones de Langevin no-lineales con un ruido aleatorio del tipo "layered" estable.*

**Resumen:** En esta plática vamos a estudiar el fenómeno de la convergencia abrupta o fenómeno de "cutoff" para una clase de ecuaciones de Langevin perturbadas por un ruido aleatorio aditivo el cual es dirigido por un proceso de Lévy del tipo "layered" estable y está multiplicado por un parámetro  $\epsilon > 0$  el cual llamaremos amplitud. Bajo una condición de coercitividad, la solución fuerte de dicho sistema resulta ser exponencialmente ergódica con respecto a una distribución de equilibrio bajo la distancia de la variación total. El resultado principal de este estudio describe el fenómeno de cutoff o de la convergencia abrupta bajo la distancia de la variación total del sistema hacia su equilibrio, conforme la amplitud se va a cero, bajo una condición sobre la medida de Lévy asociada al ruido aleatorio. En otras palabras identificamos los tiempos deterministas que van al infinito, conforme la amplitud se va a cero, y las ventanas asociadas a dichos tiempos bajo las cuales la distancia de la variación total entre el estado actual del sistema y su equilibrio colapsan conforme la amplitud del ruido desaparece.

- Antonio Gómez Corral (Universidad Complutense de Madrid)  
**Título:** *Tiempos de primer paso en las versiones uniformizadas y los esqueletos discretos de una cadena de Markov en tiempo continuo y sus aplicaciones al modelo SIS de epidemias.*  
**Resumen:** En esta charla, el objetivo es estudiar las similitudes y las diferencias entre una cadena de Markov en tiempo continuo y sus versiones uniformizadas y los esqueletos discretos en términos de tiempos de primer paso cuando el subconjunto de estados "taboo" es accesible desde una clase de estados intercomunicados. Cuando la clase de estados intercomunicados es numerable, son deducidos resultados sobre ordenación estocástica entre los tiempos de primer paso y relaciones entre sus valores medios. En el caso de un número finito de estados intercomunicados, los tiempos de primer paso son caracterizados en términos de variables aleatorias de tipo-fase continuas o discretas. Para ilustrar los resultados, se muestra cómo los tiempos de primer paso de las versiones uniformizadas y los esqueletos discretos pueden ser usados para aproximar la duración aleatoria de un episodio de la enfermedad en el modelo SIS de epidemias. También se comenta el uso de la distancia de Hellinger para comparar las distribuciones de valores extremos.
- Sandra Palau Calderón (Universidad Nacional Autónoma de México)  
**Título:** *Atracción y repulsión de un proceso de Lévy estable a un conjunto de la esfera.*  
**Resumen:** Consideremos un proceso de Lévy estable  $d$  dimensional e isotrópico y  $S$  una región de la esfera unitaria. En esta charla construiremos el proceso de Lévy condicionado a llegar continuamente a  $S$ , ya sea desde el interior o el exterior. Adicionalmente, mostramos que estos procesos están en dualidad con el proceso estable condicionado a estar en el interior de la esfera y ser absorbido continuamente en el origen o el proceso que se mantiene en el exterior de la esfera, respectivamente. Este es un trabajo conjunto con Andreas Kyprianou y Tsogzolmaa Saizmaa.
- Carmen Minuesa Abril (Universidad de Extremadura)  
**Título:** *Un proceso de ramificación de dos sexos con oscilaciones: aplicación a sistemas de depredador-presa.*  
**Resumen:** Los procesos de ramificación son procesos estocásticos que permiten modelizar la evolución de poblaciones o sistemas cuyos elementos originan descendencia de acuerdo a alguna distribución de

probabilidad. El estudio este tipo de procesos ha sido ampliamente desarrollado desde la introducción del modelo más simple: el proceso de Galton-Watson.

En esta charla presentamos un modelo de ramificación bitipo de dos sexos para describir la interacción de poblaciones de depredadores y presas con reproducción sexual y apareamiento promiscuo. El número total de individuos de cada especie que se aparea y produce descendencia en cada generación es controlado mediante una distribución binomial de tamaño dado por este número de individuos y con probabilidad de éxito dependiente de la proporción de presas por depredador. Mostraremos que, bajo ciertas condiciones, este nuevo modelo permite representar las fluctuaciones habituales de los sistemas de depredador-presa. También presentaremos algunos resultados sobre la fijación, extinción y coexistencia de ambas especies. Se trata de un trabajo conjunto con Cristina Gutiérrez.

Agradecimientos: Esta línea de investigación ha sido financiada por la Agencia Estatal de Investigación española [proyecto PID2019-108211 GB-I00/AEI/10.13039/501100011033], la Junta de Extremadura [ayuda GR18103] y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional.

- Francisco J. Delgado-Vences (Universidad Nacional Autónoma de México)

**Título:** *Inferencia del drift para Ecuaciones del Calor Estocásticas fraccionaria con ruido aditivo.*

**Resumen:** El objetivo de esta plática es mostrar las propiedades asintóticas del estimador de máxima verosimilitud (MLE) del coeficiente de deriva para la ecuación de calor estocástico perturbada por un ruido espacio-temporal aditivo. Consideramos el MLE para ecuaciones diferenciales parciales estocásticas cuando las observaciones se realizan en el dominio espectral, y estudiamos las propiedades asintóticas de los estimadores de máxima verosimilitud (tipo MLE) cuando tanto el número de coeficientes de Fourier como el tiempo crecen a infinito.

En la primera parte de la charla mostramos que el MLE es consistente, asintóticamente normal y óptimo en el sentido de la media cuadrática. Presentamos a continuación una prueba de la normalidad asintótica con el uso del método de Malliavin-Stein.

- Mireia Besalú Mayol (Universidad de Barcelona)

**Título:** *Ecuaciones diferenciales estocásticas con retraso y movimiento Browniano fraccionario.*

**Resumen:** En esta charla se presentará una introducción del movimiento Browniano fraccionario con parámetro de Hurst  $H$ , y algunas de sus aplicaciones. Seguiremos con la presentación de ecuaciones diferenciales estocásticas con retraso, y se presentara el estudio de la convergencia de las ecuaciones con retraso cuando el retraso tiende a 0. Para trabajar con ecuaciones diferenciales estocásticas dirigidas por un movimiento Browniano fraccionario debemos empezar definiendo como se tratará la integral respecto este proceso. Esta definición varia en función de los valores del parámetro de Hurst. Como se estudiará solamente el caso en que  $H \in (\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ , se trabajará con la extensión de aproximación trayectorial de la integral de Riemann-Stieltjes usando derivadas fraccionarias dada por Hu-Nualart [1].

Esta charla forma parte de un trabajo conjunto con Giulia Binotto y Carles Rovira.

[1] Hu Y. and Nualart D. (2009). Rough path analysis via fractional calculus. Trans. Am. Math. Soc. 361, pp. 2689-2718.