

**V Encuentro Conjunto de la  
Real Sociedad Matemática Española (RSME)  
y la  
Sociedad Matemática Mexicana (SMM)**

14-18 de junio de 2021

Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato,  
México (virtual)

<https://rsmeysmm.eventos.cimat.mx/node/1409>

**Programa de la Sesión Especial**

**Poliedros de Newton y métodos tropicales en  
ecuaciones diferenciales**

**Conferenciantes:** José Manuel Aroca Hernández-Ros (UVA), Lara Bossinger (IMATE UNAM), Nuria Corral Pérez (UNICAN), Cristhian Emanuel Garay López (CIMAT), Pedro Fortuny (UNIOVI), Lucía López de Medrano (IMATE UNAM), Beatriz Molina Samper (UNAM).

**Organizadores:** José María Cano Torres (UVA) y Cristhian Emanuel Garay López (CIMAT)

## Programa (miércoles, 16 de junio de 2021)

- 12:00-13:00 (GTM-5) / 19:00-20:00 (GTM +2):
  - José Manuel Aroca: *Polígono de Newton, valoraciones y soluciones de ecuaciones diferenciales.*
  
- 13:00-14:00 (GTM-5) / 20:00-21:00 (GTM +2):

Preguntas y discusión sobre las conferencias grabadas:

  - Lara Bossinger: *Gráficas plabicas, soluciones solitónicas de la ecuación KP y cuerpos de Newton–Okounkov.*
  - Nuria Corral Pérez: *Curvas polares, curvas jacobianas y polígonos de Newton de foliaciones singulares.*
  - Pedro Fortuny : *Ecuaciones en  $q$ -diferencias y Polígono de Newton.*
  - Cristhian Emanuel Garay López: *Aspectos valuativos de la geometría algebraica diferencial.*
  - Lucía López de Medrano: *Género de curvas tropicales.*
  - Beatriz Molina Samper: *Existencia de soluciones analíticas de foliaciones a través de poliedros de Newton.*

Se sugiere ver los videos de las conferencias en el orden en que están listadas.

## Títulos y resúmenes

- José Manuel Aroca (Universidad de Valladolid)

**Título:** *Polígono de Newton, valoraciones y soluciones de ecuaciones diferenciales.*

**Resumen:** En esta conferencia presentaremos un panorama de las posibles aplicaciones de técnicas de naturaleza algebraica en el estudio de las soluciones de ecuaciones diferenciales. Comenzaremos con el Polígono de Newton y la combinatoria construida en torno a él, especialmente las técnicas tropicales y continuaremos con las valoraciones. Las valoraciones están muy relacionadas en las ecuaciones algebraicas con el Polígono de Newton, de hecho, la construcción de una solución de una ecuación algebraica irreducible se puede entender como la construcción de una valoración discreta de rango uno del cuerpo de funciones sobre la curva definida por la ecuación. Así, se puede hablar de valoración solución de una ecuación algebraica, y plantea la caracterización de las valoraciones solución de una ecuación diferencial, conectando con la teoría de cuerpos de Hardy y sus generalizaciones.

- Lara Bossinger (Instituto de Matemáticas UNAM, Oaxaca)

**Título:** *Gráficas plabicas, soluciones solitónicas de la ecuación KP y cuerpos de Newton–Okounkov.*

**Resumen:** En esta charla voy a explicar los tres conceptos en el título y sus relaciones. El objeto central son las gráficas “plabicas” que son gráficas planas de dos colores encajadas en un disco. Fueron introducidas de Postnikov y parametrizan células en la Grassmanniana totalmente positiva  $Gr_+$ . De la teoría de Sato sabemos que las matrices en  $Gr_+$  dan soluciones solitónicas para la ecuación de Kadomtsev–Petviashvili (KP) y las gráficas plabicas se pueden obtener como límite tropical de esas soluciones. Voy a explicar como la combinatoria de las gráficas se utiliza para definir valuaciones y sus cuerpos de Newton–Okounkov.

- Nuria Corral Pérez (Universidad de Cantabria)

**Título:** *Curvas polares, curvas jacobianas y polígonos de Newton de foliaciones singulares.*

**Resumen:** La curva jacobiana de dos foliaciones es la curva de contacto o tangencia entre ambas foliaciones. Si una de las foliaciones es no singular recuperamos la noción de curva polar.

En el caso de curvas polares de una curva plana  $C$  es bien conocido

que el tipo de equisingularidad de la curva polar genérica no está determinado por el tipo de equisingularidad de la curva  $C$  sino que depende del tipo analítico de la curva  $C$ . Sin embargo, hay ciertas propiedades topológicas minimales de la curva polar genérica que sí están determinadas por el tipo de equisingularidad de la curva  $C$ . Para poder describir estas propiedades minimales necesitamos conocer la relación entre los polígonos de Newton de la curva  $C$  y de su curva polar genérica.

En el caso de curvas polares de foliaciones, se necesitan imponer condiciones a la foliación para poder controlar el comportamiento del polígono de Newton de la polar genérica en términos del polígono de Newton de la foliación y obtener un resultado que describe las propiedades topológicas minimales de la curva polar genérica de una foliación singular  $\mathcal{F}$ .

En esta charla explicaremos los resultados que permiten describir propiedades de los polígonos de Newton para el caso de curvas polares y curvas jacobianas de foliaciones, y obtener propiedades del tipo de equisingularidad de la curva jacobiana de dos foliaciones determinadas por invariantes locales asociados a las foliaciones. En particular, recuperamos los resultados conocidos sobre la topología de curvas polares y curvas jacobianas de curvas planas.

- Pedro Fortuny (Universidad de Oviedo)  
**Título:** *Ecuaciones en  $q$ -diferencias y Polígono de Newton.*  
**Resumen:** Introducción muy rápida al Polígono de Newton-(Puiseux?) para ecuaciones algebraicas en  $q$ -diferencias, nociones clave; el pivote y su importancia para cuestiones de finitud y convergencia. Dos referencias esenciales.
- Cristhian Emanuel Garay López (Centro de Investigación en Matemáticas, Guanajuato)  
**Título:** *Aspectos valuativos de la geometría algebraica diferencial .*  
**Resumen:** En un sentido amplio, la base del proceso algebro-geométrico de *tropicalización* consiste de una función que va de un anillo conmutativo a un semianillo conmutativo idempotente, y que satisface propiedades cercanas a las de una valuación usual con valores en un grupo totalmente ordenado. En esta charla discutiremos una nueva familia de valuaciones para anillos y campos de series de potencias formales en varias variables, las cuales están formuladas en términos de politopos y poliedros de Newton, y las usamos para definir y es-

tudiar un análogo tropical de los sistemas de ecuaciones diferenciales algebraicas clásicos.

- Lucía López de Medrano (Instituto de Matemáticas, UNAM, Cuernavaca)

**Título:** *Género de curvas tropicales.*

**Resumen:** En geometría clásica, el género de una curva compleja en el espacio complejo proyectivo de dimensión  $n$  está acotado por una constante que depende únicamente del polígono de Newton de una curva compleja plana genérica del mismo grado. En el caso tropical, esta situación se generaliza para curvas tropicales realizables, pero si nos fijamos en las no realizables, la situación cambia drásticamente y dicha cota depende también de la dimensión del espacio. En esta charla veremos particularmente las curvas de grado 3, para las que se conoce la cota exacta, y algunas generalizaciones a variedades de dimensión superior. Trabajo conjunto con Benoit Bertrand y Erwan Brugallé.

- Beatriz Molina (Instituto de Matemáticas, UNAM)

**Título:** *Existencia de soluciones analíticas de foliaciones a través de poliedros de Newton.*

**Resumen:** Las foliaciones de codimensión uno Newton no degeneradas se definen mediante condiciones algebraicas usando como herramienta básica su sistema de poliedros de Newton asociado; extienden de manera natural a las singularidades Newton no-degeneradas clásicas de Kouchnirenko y Oka. Se caracterizan geoméricamente en términos de su reducción de singularidades, que es combinatoria en el sentido de que los posibles centros de explosión los determina la estratificación que proporciona un divisor con cruzamientos normales. Dentro de esta familia de foliaciones tenemos algunos resultados de existencia de soluciones analíticas para espacios ambiente bidimensionales globales y para gérmenes en el origen de  $\mathbb{C}^3$ ; para ello se combina el conocimiento de las “singularidades finales” de foliaciones con las condiciones sobre los poliedros de Newton.