V Encuentro Conjunto de la Real Sociedad Matemática Española (RSME) y la Sociedad Matemática Mexicana (SMM)

14-18 de junio de 2021

Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato, México (virtual)
`https://rsmeysmm.eventos.cimat.mx/node/1409`

Programa de la Sesión Especial

Teoría de Operadores y Dinámica

Conferenciantes: Antonio Lorenzo Bonilla Ramírez (ULL), Ronald R. Jiménez Munguía (ITESM), Gabriel Kantún Montiel (BUAP), Maribel Loaiza Leyva (CINVESTAV), María José Martín Gómez (ULL), Félix Martínez Giménez (UPV), Alfredo Peris Manguillot (UPV).
Organizadores: Rubén Alejandro Martínez Avendaño (ITAM) y Marina Murillo Arcila (UPV)

Programa (Miércoles, 16 de junio de 2021)

- 12:00-13:00 (GTM-5) / 19:00-20:00 (GTM +2):
  - Alfredo Peris Manguillot : *Crecimiento de funciones caóticas para operadores diferenciales.*

- 13:00-14:00 (GTM-5) / 20:00-21:00 (GTM +2):

  Preguntas y discusión sobre las conferencias grabadas:
  - Antonio Bonilla: *Operadores absolutamente Cesaro acotados.*
  - Ronald Richard Jiménez Munguía: *Caos de operadores lineales.*
  - Gabriel Kantún Montiel: *Las propiedades* (w) *y* (gw).
  - Maribel Loaiza Leyva: *Operadores de Toeplitz en espacios armónicos.*
  - Maria J. Martín: *Co-isometric weighted composition operators on Hilbert spaces of analytic functions.*
  - Félix Martínez-Giménez: *Conjuntos de periodos de operadores lineales caóticos.*

Títulos y resúmenes

- Antonio Bonilla (Universidad de la Laguna)
  Título: *Operadores absolutamente Cesaro acotados.*
  Resumen: Un operador lineal T en un espacio de Banach X se dice *absolutamente Cesaro acotado* si existe una constante $C > 0$ tal que

  $$\sup_{N \in \mathbb{N}} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \|T^j x\| \leq C\|x\| \ ,$$

  para todo $x \in X$.

  En esta charla, estudiamos las principales propiedades de los operadores absolutamente Cesaro acotados y algunas implicaciones en dinámica de operadores.

  ### Referencias

  [1] Bermúdez, T.; Bonilla, A.; Müller, V.; Peris,A. Cesaro bounded operators in Banach spaces, J. d'Analyse Math., 140 (2020), no. 1, 187–206.

  [2] Bernardes, N. C., Jr.; Bonilla, A.; Peris, A.; Wu, X. Distributional chaos for operators on Banach spaces. J. Math. Anal. Appl. 459 (2018), no. 2, 797–821.

  [3] Bernardes, N. C., Jr.; Bonilla, A.; Peris, A. Mean Li-Yorke chaos in Banach spaces. J. Funct. Anal. 278 (2020), no. 3, 108343, 31 pp.

- Ronald Richard Jiménez Munguía (Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM) Campus Hidalgo.)
  Título: *Caos de operadores lineales..*
  Resumen: Cuando pensamos en caos usualmente lo asociamos a sistemas dinámicos no lineales, por lo cual se podría pensar que el caos no puede ser una característica de operadores lineales. En esta plática se estudiaremos caos lineal y daremos ejemplos de operadores lineales caóticos. Entre estos ejemplos están los operadores de Toeplitz, los cuales bajo algunas condiciones presentan comportamientos caóticos.

- Gabriel Kantún Montiel (Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP))
  Título: *Las propiedades* (w) *y* (gw).
  Resumen: Se dice que un operador lineal acotado en un espacio de Banach cumple la propiedad (w) si el complemento de su espectro esencial Weyl aproximado en su espectro puntual aproximado es el conjunto de valores propios aislados de multiplicidad finita del operador. Esta propiedad puede extenderse a operadores B-Fredholm: un operador lineal acotado en un espacio de Banach cumple la propiedad (gw) si el complemento de su espectro semi B-Weyl superior en su espectro puntual aproximado es el conjunto de valores propios de T que son aislados en el espectro de T. En esta charla, presentamos resultados sobre operadores hipercíclicos y supercíclicos que satisfacen las propiedades (w) y (gw).

- Maribel Loaiza Leyva (Centro de Investigación y Estudios Avanzados (CINVESTAV))
  Título: *Operadores de Toeplitz en espacios armónicos.*
  Resumen: Para un conjunto de funciones acotadas A denotamos por $\mathcal{T}(A)$ al álgebra C^* generada por todos los operadores de Toeplitz con símbolo en A y que actúan en un espacio armónico o pluriarmónico. En esta plática encontramos condiciones para el conjunto A de tal forma que el álgebra $\mathcal{T}(A)$ sea conmutativa. Consideramos los siguientes espacios: El espacio de Bergman armónico del disco unitario, el espacio de Fock armónico y el espacio pluriarmónico de la bola unitaria.

- Maria J. Martín (Universidad de La Laguna)
  Título: *Co-isometric weighted composition operators on Hilbert spaces of analytic functions.*
  Resumen: We obtain a necessary and sufficient condition for a weighted composition operator to be co-isometric on a general weighted Hardy space of analytic functions in the unit disk whose reproducing kernel has the usual natural form. This turns out to be equivalent to the property of being unitary. The result reveals a dichotomy identifying a specific family of weighted Hardy spaces as the only ones that support non-trivial operators of this kind.

  This is a joint work with A. Mas and D. Vukotic.

- Félix Martínez-Giménez (Universitat Politècnica de València)
  Título: *Conjuntos de periodos de operadores lineales caóticos.*

Resumen: En un sistema dinámico discreto $f : X \to X$, se dice que $n \in \mathbb{N}$ es un periodo de f si $f^n x = x$, y n es el menor entero que cumple dicha propiedad. Denotaremos el conjunto de periodos de f como $\mathcal{P}(f)$.

Cuando el contexto de trabajo es el de los operadores lineales y continuos definidos en un espacio de Banach complejo, caracterizamos los conjuntos de periodos y, en el caso de que el conjunto de periodos sea infinito, probamos que es posible construir un operador caótico en el sentido de Devaney con exactamente ese conjunto de periodos. Recordamos que una aplicación es caótica en el sentido de Devaney si es topológicamente transitiva y admite un conjunto denso de puntos periódicos. Concretamente probamos que

(i) Si $A \subset \mathbb{N}$ es un conjunto de periodos de un operador definido en un espacio de Banach, entonces A contiene el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de cada par de elementos de A.

(ii) Si $A \subset \mathbb{N}$ es infinito y contiene el m.c.m. de cada par de elementos de A, entonces existe un operador T definito en ℓ^2, caótico en el sentido de Devaney, tal que $\mathcal{P}(T) = A$.

A través de diagramas conmutativos y "linealización", el resultado anterior puede extenderse al contexto no lineal de la siguiente manera.

Teorema. Dados un espacio de Banach separable de dimensión infinita X y un conjunto $A \subset \mathbb{N}$ infinito, entonces existe una aplicación linealizable caótica $f : X \to X$ tal que $\mathcal{P}(f) = A$ si y solo si A contiene el m.c.m. de cada par de elementos de A.

Trabajo conjunto con A. Conejero, A. Peris y F. Rodenas, profesores de la Universitat Politècnica de València.

- Alfred Peris (Institut Universitari de Matemàtica Pura i Aplicada / Universitat Politècnica de València)
  Título: *Crecimiento de funciones caóticas para operadores diferenciales.*
  Resumen: Presentaremos resultados sobre el crecimiento permisible que tienen funciones enteras o armónicas que presentan un comportamiento caótico, en sentido Li-Yorke o distribucional, en su dinámica bajo la aplicación de operadores diferenciales. Con ello mejoramos ciertas estimaciones conocidas para el caso del operador derivada en

el espacio de las funciones enteras, cuyo crecimiento se expresa en promedios de normas L^p en bolas de radio $r > 0$ cuando $r \to \infty$, para $1 \leq p \leq \infty$.

Obtenemos estimaciones de crecimiento de funciones armónicas que son distribucionalmente caóticas para el operador diferencial $\partial/\partial x_k$, expresadas como promedios de normas L^2 en esferas de radio $r > 0$ con $r \to \infty$. También calculamos estimaciones de crecimiento para funciones armónicas que son distribucionalmente caóticas con respecto a operadores diferenciales más generales D^α con α un multi-índice.

Esto forma parte de un trabajo conjunto con C. Gilmore y F. Martínez-Giménez.