

**V Encuentro Conjunto de la
Real Sociedad Matemática Española (RSME)
y la
Sociedad Matemática Mexicana (SMM)**

14-18 de junio de 2021

Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato,
México (virtual)

<https://rsmeysmm.eventos.cimat.mx/node/1409>

Programa de la Sesión Especial

Sistemas Dinámicos y Foliaciones

Conferenciantes: Carlos Cabrera Ocañas (UNAM), Adolfo Guillot Santiago (UNAM), Luis Hernández Corbalto (UCM), David Jesús Nieves Rivera (UCM), Laura Ortíz Bobadilla (UNAM), Lucía Pérez Pérez (UNIOVI), José R.M. Sanjurjo (UCM), Alberto Verjovski (UNAM).

Organizadoras: Begoña Alarcón Cotillas (UFF) y Patricia Domínguez Soto (BUAP).

Programa (Martes, 15 de junio de 2021)

- 12:00-13:00 (GTM-5) / 19:00-20:00 (GTM +2):

- Alberto Verjovsky: *Espacios de módulos de clases conformes de toros planos de dimensión superior y su multiplicación conforme.*

- 13:00-14:00 (GTM-5) / 20:00-21:00 (GTM +2):

Preguntas y discusión sobre las conferencias grabadas:

- José R.M. Sanjurjo : *On the evolution of the Lorenz system.*
- Lucía Pérez Pérez: *Estructura homoclínica en el modelo de Hindmarsh-Rose.*
- Carlos Cabrera Ocañas: *Algunos aspectos algebraicos de sistemas dinámicos holomorfos.*
- Luis Hernández Corbalto: *Parrondo's paradox for homeomorphisms.*
- David Jesús Nieves Rivera: *Dinámica y autovalores de las aplicaciones inducidas en el 0-ésimo grupo de (Co) Homología.*
- Laura Ortiz Bobadilla: *Curvas de tangencia, geometría subyacente en la clasificación analítica de foliaciones.*
- Adolfo Guillot Santiago: *Estructuras afines y proyectivas foliadas.*

Títulos y resúmenes

- Carlos Cabrera Ocañas (Instituto de Matemáticas Unidad Cuernavaca, Universidad Nacional Autónoma de México)

Título: *Algunos aspectos algebraicos de sistemas dinámicos holomorfos.*

Resumen: En esta plática consideramos semigrupos de aplicaciones racionales en la esfera de Riemann. El objetivo es relacionar la promediabilidad de los semigrupos con objetos dinámicos asociados a los elementos del semigrupo. La motivación de este trabajo viene de la siguiente pregunta: Dados dos semigrupos cíclicos de aplicaciones racionales, ¿bajo qué condiciones es posible que estos semigrupos compartan algún objeto dinámico? En particular, consideramos distintas propiedades de intersección. Este es un trabajo en conjunto con Peter Makienko.

- Adolfo Guillot Santiago (Instituto de Matemáticas Unidad Cuernavaca, Universidad Nacional Autónoma de México)

Título: *Estructuras afines y proyectivas foliadas.*

Resumen: Una curva compleja puede ser dotada de una estructura proyectiva (cartas a valores en la recta proyectiva compleja, cambios de coordenadas proyectivos), siendo una de las más famosas la que da el teorema de uniformización. Las curvas elípticas también admiten estructuras afines (cartas a valores en la recta afín compleja, cambios de coordenadas afines). Hablaremos de "estructuras foliadas", estructuras afines y proyectivas a lo largo de las hojas de una foliación holomorfa por curvas que varían de manera holomorfa en la dirección transversal. A diferencia del caso de curvas, éstas no siempre existen. Daremos ejemplos, hablaremos de un "teorema de índice" y de las obstrucciones para la existencia de estas estructuras que se pueden deducir de este último. (Trabajo en colaboración con Bertrand Deroin).

- Luis Hernández Corbalto (Universidad Complutense de Madrid)

Título: *Parrondo's paradox for homeomorphisms.*

Resumen: The talk elaborates on a recent work joint with Armengol Gasull and Francisco R. Ruiz del Portal (<https://arxiv.org/abs/2010.12893>). We construct two planar homeomorphisms f and g for which the origin is a globally asymptotically stable fixed point whereas for $f \circ g$ and $g \circ f$ the origin is a global repeller. The construction extends to higher

dimensions and also to iterated function systems.

- David Jesús Nieves Rivera (Universidad Complutense de Madrid)
Título: *Dinámica y autovalores de las aplicaciones inducidas en el 0-ésimo grupo de (Co) Homología.*
Resumen: Estudiaremos ciertos aspectos dinámicos de aplicaciones continuas f de espacios compactos X totalmente desconexos, como por ejemplo el conjunto de Cantor o el conjunto invariante de la aplicación herradura. Para ello, vamos a hacer uso de herramientas de la topología algebraica, ligando los autovalores de la aplicación inducida de f en (co)homología con propiedades dinámicas de la aplicación continua f . Espacios con estructuras topológicas complicadas aparecen de manera natural en dinámica, y una herramienta de la topología algebraica que mejor se adapta al estudio de dichos espacios es la (co)homología de Čech debido a que es capaz de ignorar las (malas) propiedades locales. Por otro lado, como vamos a estudiar espacios totalmente desconexos, el único grupo relevante es el 0-ésimo grupo de (co)homología de Čech ya que los de dimensiones superiores son cero.

- Laura Ortiz Bobadilla (Instituto de Matemáticas, Universidad Nacional Autónoma de México)
Título: *Curvas de tangencia, geometría subyacente en la clasificación analítica de foliaciones.*
Resumen: El interés por el análisis de los lugares de tangencia entre dos o más curvas analíticas o algebraicas es muy antiguo, así como también las distintas herramientas para analizar dichas tangencias. El objetivo de la plática será presentar de manera sucinta cómo las curvas de tangencia entre parejas de foliaciones nos permiten profundizar en el análisis de los invariantes analíticos de foliaciones holomorfas en $(C^2, 0)$ con singularidad degenerada.

- Lucía Pérez Pérez (Universidad de Oviedo)
Título: *Estructura homoclínica en el modelo de Hindmarsh-Rose.*
Resumen: El modelo de Hindmarsh-Rose es un sistema fast-slow de tres EDO dependiente de diversos parámetros que reproduce el comportamiento de una neurona aislada. Entre los distintos fenómenos que exhibe se encuentra el bursting, que consiste en la alternancia entre ráfagas de spikes (potenciales de acción) y períodos de reposo, y que se considera de gran importancia en la comunicación neuronal. El modelo

de Hindmarsh-Rose presenta dos tipos de bursting regular, fold/hom y fold/Hopf, siguiendo la clasificación de Izhikevich. Distintos trabajos han estudiado el proceso de ganancia de un spike (spike-adding) en el caso fold/hom, y lo han relacionado con las bifurcaciones homoclinicas del sistema. Nosotros presentamos un análisis global en un escenario triparamétrico, siendo uno de los parámetros el responsable de la dinámica fast-slow. Veremos qué cambios se observan en el diagrama de bifurcación cuando el sistema se aleja del límite singular, qué consecuencias tienen estos cambios en la organización de los fenómenos de bursting y qué mecanismos hay ellos.

- José R.M. Sanjurjo (Universidad Complutense de Madrid)

Título: *On the evolution of the Lorenz system.*

Resumen: We study some features of the evolution of the Lorenz system

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \sigma(y - x) \\ \frac{dy}{dt} &= rx - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}$$

when the parameter r corresponding to the Rayleigh number varies and the other two are fixed at the classical values $\sigma = 10$ and $b = 8/3$. We use Conley's index theory to analyze the different Morse decompositions which take place in the associated flow and the changes in the dynamic and topological properties of the global attractor and the strange set at the bifurcations of the system, in particular the homoclinic and the Hopf bifurcations. The results have been obtained in collaboration with Hector Barge.

- Alberto Verjovsky (Instituto de Matemáticas, Universidad Nacional Autónoma de México)

Título: *Espacios de módulos de clases conformes de toros planos de dimensión superior y su multiplicación conforme.*

Resumen: Motivados por la teoría de *multiplicación compleja* de variedades abelianas, en particular de curvas elípticas, en esta charla describimos algunas propiedades de las clases conformes de toros planos n -dimensionales provenientes de retículas de rango n en R^n y determinamos cuando un toro plano tiene un anillo de endomorfismos

conformes no trivial(i.e. más grande que Z). Estos endomorfismos son los análogos de las *isogenias* entre variedades abelianas. Mostraremos varias construcciones geométricas de toros con esta propiedad y describiremos las clases de retículas conformemente equivalentes para así describir los espacios de módulos de los toros correspondientes. Este es un trabajo en colaboración con Anna Gori y Fabio Vlacci.