V Encuentro Conjunto de la Sociedad Matemática Mexicana (SMM) y la Real Sociedad Matemática Española (RSME)

14-18 de junio de 2021

Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), Guanajuato, México (virtual)
https://rsmeysmm.eventos.cimat.mx/node/1409

Programa de la Sesión Especial

Geometría de espacios con estructuras especiales

Conferenciantes:
- Luis Hernández Lamoneda (CIMAT)
- Ana Peón Nieto (Niza/Birmingham)
- Iván Téllez Téllez (UASLP)
- Roberto Rubio (UB)
- Sergio Holguín Cardona (UNAM-CONACYT)
- Víctor Sanmartín López (UPM)
- Gerardo Arizmendi Echegaray (UDLAP)

Organizadores:
- Rafael Herrera Guzmán (CIMAT)
- Miguel Domínguez Vázquez (USC)

Programa (martes, 15 de junio de 2021)

- 12:00-13:00 (GTM-5) / 19:00-20:00 (GTM +2):
  - Luis Hernández Lamoneda: *El problema isométrico de Banach.*
- 13:00-14:00 (GTM-5) / 20:00-21:00 (GTM +2):

  Preguntas y discusión sobre las conferencias grabadas:
  - Ana Peón Nieto: *Geometría de fibrados wobbly.*
  - Iván Téllez Téllez: *Secciones de twistor de haces de Dirac.*
  - Roberto Rubio: *De la geometría de Dirac y generalizada compleja a las estructuras de Dirac complejas.*
  - Sergio Holguín Cardona: *Sobre las ecuaciones* $2k$*-Hitchin y los haces de Higgs.*
  - Víctor Sanmartín López: *Subvariedades con curvaturas principales constantes en espacios simétricos de tipo no compacto.*
  - Gerardo Arizmendi Echegaray: *El Diamante de Clifford.*

Títulos y resúmenes

- Luis Hernández Lamoneda (Centro de Investigación en Matemáticas)
  Título: *El problema isométrico de Banach.*
  Resumen: En su libro de 1932, Banach plantea el siguiente problema: Sea $(V, \|\cdot\|)$ un espacio de Banach (de dim. finita o infinita) y $n > 1$. Supón que todos los subespacios n-dimensionales de V son isométricos entre sí. ¿Será entonces necesariamente cierto que $(V, \|\cdot\|)$ es un espacio de Hilbert? Observa que el recíproco es claramente cierto, así que este problema quiere ser una caracterización más de los espacios de Hilbert.

  No es difícil ver –lo explicaré en la charla– que si el problema es cierto en codimensión 1, entonces será cierto en general (aún en codimensión infinita). Así que basta con decidir la veracidad de la siguiente pregunta: Sea $\|\cdot\|$ una norma en $\mathbb{R}^{n+1}$ y supón que cualesquiera dos hiperplanos por el origen son isométricos entre sí. ¿Será entonces necesariamente cierto que la norma viene inducida por un producto interior?

  - En 1935, Auerbach-Mazur-Ulam lo prueban cierto para $n = 2$.
  - En 1967, Gromov prueba que es cierto para toda n par.
  - Recientemente, en colaboración con G. Bor (CIMAT), V. Jiménez (UNAM) y L. Montejano (UNAM), probamos que es cierto para la mitad de los casos restantes: a saber, para toda $n = 4k + 1$ (aunque distinta de 133).

  En la charla daré un esbozo de la prueba. Veremos primero que este problema es equivalente a un problema en geometría convexa. Y luego, como una idea de Gromov permite atacarlo con herramientas de topología diferencial y algebraica, de representaciones de grupos compactos y, con ello, finalmente reducirlo a otro problema en geometría convexa.

- Ana Peón Nieto (Université de Nice, University of Birmingham)
  Título: *Geometría de fibrados wobbly.*
  Resumen: Los fibrados wobbly juegan un rol fundamental en la geometría algebraica actual gracias a los trabajos de Donagi–Pantev sobre Langlands geométrico. En esta charla, tras motivar dichos objetos a través de varios problemas actuales, explicaré algunas contribuciones propias a su estudio, en particular, en lo que concierne a su naturaleza de divisores, así como su igualdad con los fibrados shaky.

- Iván Téllez Téllez (Universidad Autónoma de San Luis Potosí)
  Título: *Secciones de twistor de haces de Dirac.*
  Resumen: Un haz de Dirac es un haz euclidiano sobre una variedad riemanniana M cuyas fibras admiten una acción izquierda de $Cl(M)$, junto con una conexión métrica compatible con la acción de Clifford en una forma natural. En este trabajo probamos algunos teoremas de anulamiento e introducimos la ecuación de twistor en haces de Dirac. En particular exhibimos una caracterización de las soluciones a esta ecuación en términos del operador de Dirac D y un operador de curvatura tipo Weitzenböck apropiado R. Finalmente, analizamos el caso especial del haz de Clifford y probamos la existencia de soluciones no triviales de la ecuación de twistor en esferas.

  Trabajo conjunto con Sergio A. Hoguín Cardona y Pedro Solórzano del IM-UNAM.

- Roberto Rubio (Universitat de Barcelona)
  Título: *De la geometría de Dirac y generalizada compleja a las estructuras de Dirac complejas.*
  Resumen: Primero revisaremos cómo la geometría de Dirac unifica las estructuras de Poisson y presimplécticas, y cómo la geometría generalizada compleja unifica las estructuras complejas y simplécticas. En la segunda parte motivaremos y recordaremos la definición de estructura de Dirac compleja e introduciremos nuevos invariantes que nos permiten describir su geometría en cada punto y entender las estructuras geométricas que unifican. A parte de todas las anteriores, tendremos además estructuras CR, transversas holomorfas y transversas CR. Esta segunda parte está basada en trabajo conjunto con Dan Agüero y Henrique Bursztyn.

- Sergio Holguín Cardona (Universidad Nacional Autónoma de México)
  Título: *Sobre las ecuaciones $2k$-Hitchin y los haces de Higgs.*
  Resumen: Las ecuaciones $2k$-Hitchin son un conjunto de cuatro ecuaciones que fueron introducidas por Ward, como una generalización de las ecuaciones de Hitchin. Después de una breve introducción sobre las ecuaciones de Hitchin y los haces de Higgs, revisamos algunas nociones de geometría compleja y teoría de Yang-Mills. Posteriormente, mostramos que desde un punto de vista geométrico, dichas ecuaciones se resumen de manera natural a un conjunto de dos ecuaciones si se consideran haces de Higgs.

- Víctor Sanmartín López (Universidad Politécnica de Madrid)

Título: *Subvariedades con curvaturas principales constantes en espacios simétricos de tipo no compacto.*
Resumen: En esta charla, basada en un trabajo conjunto con J. Berndt, nos centraremos en el estudio sistemático de subvariedades homogéneas con la propiedad antes citada (subvariedades CPC) en el marco de los espacios simétricos de tipo no compacto. En particular, construiremos y describiremos nuevos ejemplos de subvariedades CPC, que serán clasificados bajo ciertas hipótesis. Para ello, será necesario hacer uso de la información algebraica codificada en el sistema de raíces de cada espacio simétrico de tipo no compacto.

- Gerardo Arizmendi Echegaray (Universidad de las Américas Puebla)
  Título: *El Diamante de Clifford.*
  Resumen: Las estructuras de Clifford pares, introducidas por Moroianu y Semmelmann, son generalizaciones de variedades complejas y quaterniónicas. En esta charla hablaremos acerca de algunos fibrados asociados a variedades con estructura de Clifford par paralela, en donde aparecen geometrías Kahler-Einstein, Sasaki-Einstein y Kahler Especial. Este es un trabajo conjunto con Rafael Herrera, Paolo Piccinni y Charles Hadfield.